



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA



T1

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

23 novembre 2017

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**  
 Buon lavoro e buon divertimento!

NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

data di nascita: \_\_\_\_\_ mail (facoltativa): \_\_\_\_\_

1	2	3	4

5	6	7	8

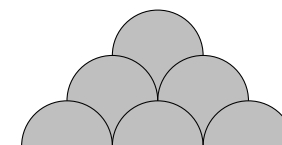
9	10	11	12

13	14	15	16

- Qual è la cifra delle centinaia di  $5^{2017}$ ?  
 (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 3 (E) 6
- Attorno a un tavolo sono sedute 4 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere (che dice sempre la verità) o un furfante (che mente sempre). Ognuno dei presenti afferma: "Delle altre tre persone sedute a questo tavolo insieme a me, i furfanti sono esattamente due". Qual è il numero complessivo di furfanti che sono seduti al tavolo?  
 (A) nessuno (B) sicuramente 2 (C) sicuramente tutti e 4  
 (D) sicuramente 1 (E) gli elementi forniti non sono sufficienti per stabilirlo

- Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $(m, n)$  tali che  $m^n = 2^{12}$ ?  
 (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) 4
- Ci sono 2017 stanze disposte in fila. La prima contiene 2017 persone e tutte le altre sono inizialmente vuote. Ogni minuto, se una stanza contiene più di una persona, una persona a caso che si trova in quella stanza si sposta nella stanza successiva. Dopo 1001 minuti, quante sono le stanze vuote?  
 (A) 1017 (B) 1515 (C) 1016 (D) 1517 (E) 1015
- Sia  $n$  un numero intero che è multiplo di 1000 ma non di 10000. Quale di queste affermazioni è sicuramente vera?  
 (A)  $n/3$  è un numero la cui parte intera termina con le cifre 333 o 666.  
 (B)  $n/8$  è un numero intero che termina con le cifre 25 o 75.  
 (C)  $n/125$  è un numero intero che termina con le cifre 8 o 6.  
 (D)  $n$  è divisibile per 16.  
 (E) Nessuna delle precedenti.
- Marco scrive in una riga i numeri interi da 1 a 64 (inclusi). Poi inizia a cancellarne alcuni, in questo modo: cancella il numero 1, lascia il 2, cancella il 3, lascia il 4, etc. Arrivato in fondo alla riga, la ripercorre al contrario, cancellando il primo numero che trova tra quelli rimasti, lasciando poi il secondo, etc. Continua quindi a ripercorrere la riga alternativamente nei due sensi, cancellando ogni volta un numero sì e un numero no, fino a quando sulla lavagna resta un solo numero. Qual è quest'ultimo numero rimasto?  
 (A) 22 (B) 14 (C) 6 (D) 54 (E) 38

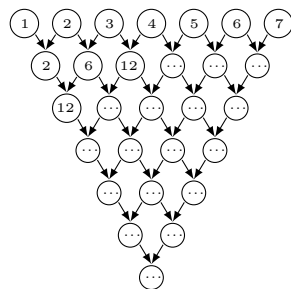
- Le sei semicirconferenze presenti nella figura a lato hanno tutte raggio 1 cm. Quanti  $\text{cm}^2$  misura l'area della regione ombreggiata?  
 (A)  $8 + 3\pi/4$  (B)  $9 + \pi/2$  (C)  $9 + \pi/3$   
 (D)  $6 + 3\pi/2$  (E)  $10 + \pi/6$



- Quante sono le coppie di interi positivi  $(a, b)$ , con  $a < b$ , tali che  $MCD(a, b) = 2$  e  $mcm(a, b) = 60$ ?  
 (A) 0 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 6
- Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $D$  un punto sul lato  $BC$ . Supponiamo che si abbia  $\widehat{BAD} = \widehat{ACD}$  e  $\widehat{CAD} = \widehat{ABD}$ . Quale tra le seguenti affermazioni è certamente vera?  
 (A)  $ABC$  è un triangolo equilatero  
 (B)  $ABC$  è un triangolo ottusangolo  
 (C)  $ABC$  è un triangolo isoscele  
 (D)  $ABC$  è un triangolo scaleno  
 (E)  $ABC$  è un triangolo rettangolo

10. Quanti sono i numeri primi tali che, se si cancella da essi un qualsiasi gruppo di cifre anche non consecutive (senza però cancellarle tutte) e si leggono le cifre rimanenti nell'ordine in cui si trovano, si ottiene ancora un numero primo?  
(Si ricorda che 1 non è un numero primo.)  
(A) 7 (B) 3 (C) 5 (D) 8 (E) 10
11. L'area del triangolo  $ABC$  è pari a  $60 \text{ m}^2$ . Siano  $D, E$  i punti sul lato  $AB$  tali che  $AD = DE = EB$  e siano  $F, G, H$  i punti su  $AC$  tali che  $AF = FG = GH = HC$ . Qual è l'area del triangolo  $AEH$ ?  
(A)  $20 \text{ m}^2$  (B)  $45 \text{ m}^2$  (C)  $30 \text{ m}^2$  (D)  $40 \text{ m}^2$  (E)  $24 \text{ m}^2$
12. Andrea e Chiara si sfidano lanciando più volte un dado. Ogni volta che esce un numero dispari fa un punto Andrea, quando esce un numero pari fa un punto Chiara. Vince la partita chi arriva per primo a 5 punti. Dopo 6 lanci, Andrea è in vantaggio per 4 a 2. Qual è la probabilità che sia Chiara a vincere la partita?  
(A)  $1/8$  (B)  $1/3$  (C)  $1/6$  (D)  $1/4$  (E)  $1/5$
13. Una bottiglia da un litro di bibita all'arancia è costituita per l'80% da acqua e per il 20% da succo d'arancia. Gianni vuole sostituire un po' della bibita contenuta in questa bottiglia con del succo d'arancia, in modo da ottenere una nuova bibita che sia costituita per il 50% da succo d'arancia. Quanti ml della bibita iniziale Gianni deve sostituire con del succo d'arancia?  
(A) 300 (B) 400 (C) 375 (D) 320 (E) 350
14. Il trapezio isoscele  $ABCD$ , di basi  $AB$  e  $CD$ , è inscritto in una circonferenza di raggio 13 m. Si sa che il centro della circonferenza è interno al trapezio  $ABCD$  ed inoltre  $\overline{AB} = 24 \text{ m}$ ,  $\overline{CD} = 10 \text{ m}$ . Qual è l'area di  $ABCD$ ?  
(A)  $272 \text{ m}^2$  (B)  $289 \text{ m}^2$  (C)  $170 \text{ m}^2$  (D)  $306 \text{ m}^2$  (E)  $340 \text{ m}^2$
15. Caterina inizia a scrivere tutti i numeri interi positivi, uno di seguito all'altro: 12345678910111213... Quale cifra occuperà la 2017<sup>a</sup> posizione?  
(A) 8 (B) 5 (C) 1 (D) 7 (E) 2

16. Dopo aver disegnato uno schema triangolare come quello qui a fianco, Alberto scrive nei cerchi della riga più in alto i numeri interi da 1 a 7. Poi, dentro ciascuno degli altri cerchi, scrive il prodotto dei numeri contenuti nei due cerchi sopra di esso che sono ad esso collegati con una freccia (dunque ottiene 2, 6, 12, ... e così via). Con quanti zeri terminerà il numero che dovrà scrivere nel cerchio più in basso?  
(A) 15 (B) 12 (C) 16 (D) 13 (E) 14





UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA



*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

T2

23 novembre 2017

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**  
 Buon lavoro e buon divertimento!

NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

data di nascita: \_\_\_\_\_ mail (facoltativa): \_\_\_\_\_

1	2	3	4

5	6	7	8

9	10	11	12

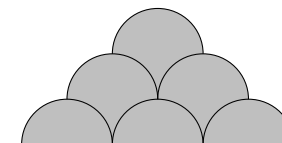
13	14	15	16

- Attorno a un tavolo sono sedute 4 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere (che dice sempre la verità) o un furfante (che mente sempre). Ognuno dei presenti afferma: "Delle altre tre persone sedute a questo tavolo insieme a me, i furfanti sono esattamente due". Qual è il numero complessivo di furfanti che sono seduti al tavolo?  
 (A) nessuno (B) sicuramente 2 (C) sicuramente tutti e 4  
 (D) sicuramente 1 (E) gli elementi forniti non sono sufficienti per stabilirlo
- Qual è la cifra delle centinaia di  $5^{2017}$ ?  
 (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 3 (E) 6

- Ci sono 2017 stanze disposte in fila. La prima contiene 2017 persone e tutte le altre sono inizialmente vuote. Ogni minuto, se una stanza contiene più di una persona, una persona a caso che si trova in quella stanza si sposta nella stanza successiva. Dopo 1001 minuti, quante sono le stanze vuote?  
 (A) 1017 (B) 1515 (C) 1016 (D) 1517 (E) 1015

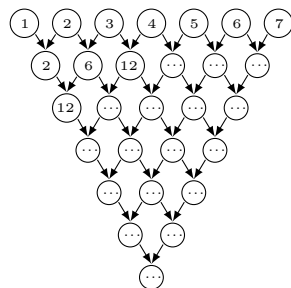
- Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $(m, n)$  tali che  $m^n = 2^{12}$ ?  
 (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) 4
- Marco scrive in una riga i numeri interi da 1 a 64 (inclusi). Poi inizia a cancellarne alcuni, in questo modo: cancella il numero 1, lascia il 2, cancella il 3, lascia il 4, etc. Arrivato in fondo alla riga, la ripercorre al contrario, cancellando il primo numero che trova tra quelli rimasti, lasciando poi il secondo, etc. Continua quindi a ripercorrere la riga alternativamente nei due sensi, cancellando ogni volta un numero sì e un numero no, fino a quando sulla lavagna resta un solo numero. Qual è quest'ultimo numero rimasto?  
 (A) 22 (B) 14 (C) 6 (D) 54 (E) 38

- Le sei semicirconferenze presenti nella figura a lato hanno tutte raggio 1 cm. Quanti  $\text{cm}^2$  misura l'area della regione ombreggiata?  
 (A)  $8 + 3\pi/4$  (B)  $9 + \pi/2$  (C)  $9 + \pi/3$   
 (D)  $6 + 3\pi/2$  (E)  $10 + \pi/6$



- Quante sono le coppie di interi positivi  $(a, b)$ , con  $a < b$ , tali che  $MCD(a, b) = 2$  e  $mcm(a, b) = 60$ ?  
 (A) 0 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 6
- Sia  $n$  un numero intero che è multiplo di 1000 ma non di 10000. Quale di queste affermazioni è sicuramente vera?  
 (A)  $n/3$  è un numero la cui parte intera termina con le cifre 333 o 666.  
 (B)  $n/8$  è un numero intero che termina con le cifre 25 o 75.  
 (C)  $n/125$  è un numero intero che termina con le cifre 8 o 6.  
 (D)  $n$  è divisibile per 16.  
 (E) Nessuna delle precedenti.
- L'area del triangolo  $ABC$  è pari a  $60 \text{ m}^2$ . Siano  $D, E$  i punti sul lato  $AB$  tali che  $AD = DE = EB$  e siano  $F, G, H$  i punti su  $AC$  tali che  $AF = FG = GH = HC$ . Qual è l'area del triangolo  $AEH$ ?  
 (A)  $20 \text{ m}^2$  (B)  $45 \text{ m}^2$  (C)  $30 \text{ m}^2$  (D)  $40 \text{ m}^2$  (E)  $24 \text{ m}^2$

10. Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $D$  un punto sul lato  $BC$ . Supponiamo che si abbia  $\widehat{BAD} = \widehat{ACD}$  e  $\widehat{CAD} = \widehat{ABD}$ . Quale tra le seguenti affermazioni è certamente vera?
- (A)  $ABC$  è un triangolo equilatero  
 (B)  $ABC$  è un triangolo ottusangolo  
 (C)  $ABC$  è un triangolo isoscele  
 (D)  $ABC$  è un triangolo scaleno  
 (E)  $ABC$  è un triangolo rettangolo
11. Andrea e Chiara si sfidano lanciando più volte un dado. Ogni volta che esce un numero dispari fa un punto Andrea, quando esce un numero pari fa un punto Chiara. Vince la partita chi arriva per primo a 5 punti. Dopo 6 lanci, Andrea è in vantaggio per 4 a 2. Qual è la probabilità che sia Chiara a vincere la partita?
- (A)  $1/8$  (B)  $1/3$  (C)  $1/6$  (D)  $1/4$  (E)  $1/5$
12. Quanti sono i numeri primi tali che, se si cancella da essi un qualsiasi gruppo di cifre anche non consecutive (senza però cancellarle tutte) e si leggono le cifre rimanenti nell'ordine in cui si trovano, si ottiene ancora un numero primo?
- (Si ricorda che 1 non è un numero primo.)  
 (A) 7 (B) 3 (C) 5 (D) 8 (E) 10
13. Il trapezio isoscele  $ABCD$ , di basi  $AB$  e  $CD$ , è inscritto in una circonferenza di raggio 13 m. Si sa che il centro della circonferenza è interno al trapezio  $ABCD$  ed inoltre  $\overline{AB} = 24$  m,  $\overline{CD} = 10$  m. Qual è l'area di  $ABCD$ ?
- (A)  $272 \text{ m}^2$  (B)  $289 \text{ m}^2$  (C)  $170 \text{ m}^2$  (D)  $306 \text{ m}^2$  (E)  $340 \text{ m}^2$
14. Una bottiglia da un litro di bibita all'arancia è costituita per l'80% da acqua e per il 20% da succo d'arancia. Gianni vuole sostituire un po' della bibita contenuta in questa bottiglia con del succo d'arancia, in modo da ottenere una nuova bibita che sia costituita per il 50% da succo d'arancia. Quanti ml della bibita iniziale Gianni deve sostituire con del succo d'arancia?
- (A) 300 (B) 400 (C) 375 (D) 320 (E) 350
15. Dopo aver disegnato uno schema triangolare come quello qui a fianco, Alberto scrive nei cerchi della riga più in alto i numeri interi da 1 a 7. Poi, dentro ciascuno degli altri cerchi, scrive il prodotto dei numeri contenuti nei due cerchi sopra di esso che sono ad esso collegati con una freccia (dunque ottiene 2, 6, 12, ... e così via). Con quanti zeri terminerà il numero che dovrà scrivere nel cerchio più in basso?
- (A) 15 (B) 12 (C) 16 (D) 13 (E) 14



16. Caterina inizia a scrivere tutti i numeri interi positivi, uno di seguito all'altro: 12345678910111213... Quale cifra occuperà la  $2017^a$  posizione?
- (A) 8 (B) 5 (C) 1 (D) 7 (E) 2



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA



T3

*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

23 novembre 2017

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**  
 Buon lavoro e buon divertimento!

NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

data di nascita: \_\_\_\_\_ mail (facoltativa): \_\_\_\_\_

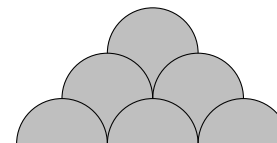
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

1. Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $(m, n)$  tali che  $m^n = 2^{12}$ ?  
 (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) 4
2. Ci sono 2017 stanze disposte in fila. La prima contiene 2017 persone e tutte le altre sono inizialmente vuote. Ogni minuto, se una stanza contiene più di una persona, una persona a caso che si trova in quella stanza si sposta nella stanza successiva. Dopo 1001 minuti, quante sono le stanze vuote?  
 (A) 1017 (B) 1515 (C) 1016 (D) 1517 (E) 1015
3. Qual è la cifra delle centinaia di  $5^{2017}$ ?  
 (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 3 (E) 6

4. Attorno a un tavolo sono sedute 4 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere (che dice sempre la verità) o un furfante (che mente sempre). Ognuno dei presenti afferma: "Delle altre tre persone sedute a questo tavolo insieme a me, i furfanti sono esattamente due". Qual è il numero complessivo di furfanti che sono seduti al tavolo?

- (A) nessuno (B) sicuramente 2 (C) sicuramente tutti e 4  
 (D) sicuramente 1 (E) gli elementi forniti non sono sufficienti per stabilirlo

5. Le sei semicirconferenze presenti nella figura a lato hanno tutte raggio 1 cm. Quanti  $\text{cm}^2$  misura l'area della regione ombreggiata?



- (A)  $8 + 3\pi/4$  (B)  $9 + \pi/2$  (C)  $9 + \pi/3$   
 (D)  $6 + 3\pi/2$  (E)  $10 + \pi/6$

6. Quante sono le coppie di interi positivi  $(a, b)$ , con  $a < b$ , tali che  $MCD(a, b) = 2$  e  $mcm(a, b) = 60$ ?

- (A) 0 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 6

7. Sia  $n$  un numero intero che è multiplo di 1000 ma non di 10000. Quale di queste affermazioni è sicuramente vera?

- (A)  $n/3$  è un numero la cui parte intera termina con le cifre 333 o 666.  
 (B)  $n/8$  è un numero intero che termina con le cifre 25 o 75.  
 (C)  $n/125$  è un numero intero che termina con le cifre 8 o 6.  
 (D)  $n$  è divisibile per 16.  
 (E) Nessuna delle precedenti.

8. Marco scrive in una riga i numeri interi da 1 a 64 (inclusi). Poi inizia a cancellarne alcuni, in questo modo: cancella il numero 1, lascia il 2, cancella il 3, lascia il 4, etc. Arrivato in fondo alla riga, la ripercorre al contrario, cancellando il primo numero che trova tra quelli rimasti, lasciando poi il secondo, etc. Continua quindi a ripercorrere la riga alternativamente nei due sensi, cancellando ogni volta un numero sì e un numero no, fino a quando sulla lavagna resta un solo numero. Qual è quest'ultimo numero rimasto?

- (A) 22 (B) 14 (C) 6 (D) 54 (E) 38

9. Quanti sono i numeri primi tali che, se si cancella da essi un qualsiasi gruppo di cifre anche non consecutive (senza però cancellarle tutte) e si leggono le cifre rimanenti nell'ordine in cui si trovano, si ottiene ancora un numero primo?  
 (Si ricorda che 1 non è un numero primo.)

- (A) 7 (B) 3 (C) 5 (D) 8 (E) 10

10. Andrea e Chiara si sfidano lanciando più volte un dado. Ogni volta che esce un numero dispari fa un punto Andrea, quando esce un numero pari fa un punto Chiara. Vince la partita chi arriva per primo a 5 punti. Dopo 6 lanci, Andrea è in vantaggio per 4 a 2. Qual è la probabilità che sia Chiara a vincere la partita?

- (A)  $1/8$  (B)  $1/3$  (C)  $1/6$  (D)  $1/4$  (E)  $1/5$

11. Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $D$  un punto sul lato  $BC$ . Supponiamo che si abbia  $\widehat{BAD} = \widehat{ACD}$  e  $\widehat{CAD} = \widehat{ABD}$ . Quale tra le seguenti affermazioni è certamente vera?

- (A)  $ABC$  è un triangolo equilatero
- (B)  $ABC$  è un triangolo ottusangolo
- (C)  $ABC$  è un triangolo isoscele
- (D)  $ABC$  è un triangolo scaleno
- (E)  $ABC$  è un triangolo rettangolo

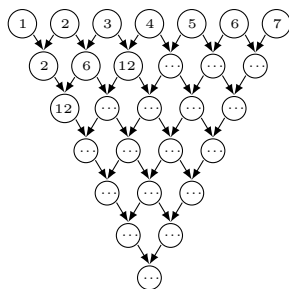
12. L'area del triangolo  $ABC$  è pari a  $60 \text{ m}^2$ . Siano  $D, E$  i punti sul lato  $AB$  tali che  $AD = DE = EB$  e siano  $F, G, H$  i punti su  $AC$  tali che  $AF = FG = GH = HC$ . Qual è l'area del triangolo  $AEH$ ?

- (A)  $20 \text{ m}^2$     (B)  $45 \text{ m}^2$     (C)  $30 \text{ m}^2$     (D)  $40 \text{ m}^2$     (E)  $24 \text{ m}^2$

13. Caterina inizia a scrivere tutti i numeri interi positivi, uno di seguito all'altro: 12345678910111213... Quale cifra occuperà la 2017<sup>a</sup> posizione?

- (A) 8    (B) 5    (C) 1    (D) 7    (E) 2

14. Dopo aver disegnato uno schema triangolare come quello qui a fianco, Alberto scrive nei cerchi della riga più in alto i numeri interi da 1 a 7. Poi, dentro ciascuno degli altri cerchi, scrive il prodotto dei numeri contenuti nei due cerchi sopra di esso che sono ad esso collegati con una freccia (dunque ottiene 2, 6, 12, ... e così via). Con quanti zeri terminerà il numero che dovrà scrivere nel cerchio più in basso?



- (A) 15    (B) 12    (C) 16    (D) 13    (E) 14

15. Una bottiglia da un litro di bibita all'arancia è costituita per l'80% da acqua e per il 20% da succo d'arancia. Gianni vuole sostituire un po' della bibita contenuta in questa bottiglia con del succo d'arancia, in modo da ottenere una nuova bibita che sia costituita per il 50% da succo d'arancia. Quanti ml della bibita iniziale Gianni deve sostituire con del succo d'arancia?

- (A) 300    (B) 400    (C) 375    (D) 320    (E) 350

16. Il trapezio isoscele  $ABCD$ , di basi  $AB$  e  $CD$ , è inscritto in una circonferenza di raggio 13 m. Si sa che il centro della circonferenza è interno al trapezio  $ABCD$  ed inoltre  $\overline{AB} = 24 \text{ m}$ ,  $\overline{CD} = 10 \text{ m}$ . Qual è l'area di  $ABCD$ ?

- (A)  $272 \text{ m}^2$     (B)  $289 \text{ m}^2$     (C)  $170 \text{ m}^2$     (D)  $306 \text{ m}^2$     (E)  $340 \text{ m}^2$



UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,  
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA



*I Giochi di Archimede - Gara Biennio*

T4

23 novembre 2017

- La prova è costituita da 16 problemi. Ogni domanda è seguita da 5 risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E). Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono sbagliate.
- Ciascuna risposta corretta vale 5 punti, ciascuna risposta sbagliata vale 0 punti. Per ogni risposta lasciata in bianco oppure illeggibile verrà assegnato 1 punto.
- Per ognuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

**Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 110 minuti.**  
 Buon lavoro e buon divertimento!

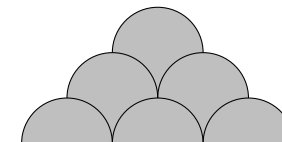
NOME \_\_\_\_\_ COGNOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

data di nascita: \_\_\_\_\_ mail (facoltativa): \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

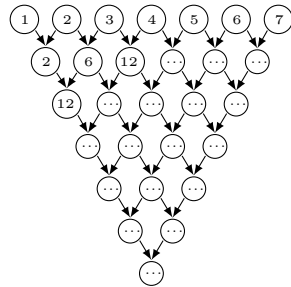
1. Ci sono 2017 stanze disposte in fila. La prima contiene 2017 persone e tutte le altre sono inizialmente vuote. Ogni minuto, se una stanza contiene più di una persona, una persona a caso che si trova in quella stanza si sposta nella stanza successiva. Dopo 1001 minuti, quante sono le stanze vuote?  
 (A) 1017 (B) 1515 (C) 1016 (D) 1517 (E) 1015
2. Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $(m, n)$  tali che  $m^n = 2^{12}$ ?  
 (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) 4

3. Attorno a un tavolo sono sedute 4 persone, ciascuna delle quali può essere o un cavaliere (che dice sempre la verità) o un furfante (che mente sempre). Ognuno dei presenti afferma: "Delle altre tre persone sedute a questo tavolo insieme a me, i furfanti sono esattamente due". Qual è il numero complessivo di furfanti che sono seduti al tavolo?  
 (A) nessuno (B) sicuramente 2 (C) sicuramente tutti e 4  
 (D) sicuramente 1 (E) gli elementi forniti non sono sufficienti per stabilirlo
4. Qual è la cifra delle centinaia di  $5^{2017}$ ?  
 (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 3 (E) 6
5. Quante sono le coppie di interi positivi  $(a, b)$ , con  $a < b$ , tali che  $MCD(a, b) = 2$  e  $mcm(a, b) = 60$ ?  
 (A) 0 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 6
6. Sia  $n$  un numero intero che è multiplo di 1000 ma non di 10000. Quale di queste affermazioni è sicuramente vera?  
 (A)  $n/3$  è un numero la cui parte intera termina con le cifre 333 o 666.  
 (B)  $n/8$  è un numero intero che termina con le cifre 25 o 75.  
 (C)  $n/125$  è un numero intero che termina con le cifre 8 o 6.  
 (D)  $n$  è divisibile per 16.  
 (E) Nessuna delle precedenti.
7. Marco scrive in una riga i numeri interi da 1 a 64 (inclusi). Poi inizia a cancellarne alcuni, in questo modo: cancella il numero 1, lascia il 2, cancella il 3, lascia il 4, etc. Arrivato in fondo alla riga, la ripercorre al contrario, cancellando il primo numero che trova tra quelli rimasti, lasciando poi il secondo, etc. Continua quindi a ripercorrere la riga alternativamente nei due sensi, cancellando ogni volta un numero sì e un numero no, fino a quando sulla lavagna resta un solo numero. Qual è quest'ultimo numero rimasto?  
 (A) 22 (B) 14 (C) 6 (D) 54 (E) 38
8. Le sei semicirconferenze presenti nella figura a lato hanno tutte raggio 1 cm. Quanti  $cm^2$  misura l'area della regione ombreggiata?  
 (A)  $8 + 3\pi/4$  (B)  $9 + \pi/2$  (C)  $9 + \pi/3$   
 (D)  $6 + 3\pi/2$  (E)  $10 + \pi/6$
9. Andrea e Chiara si sfidano lanciando più volte un dado. Ogni volta che esce un numero dispari fa un punto Andrea, quando esce un numero pari fa un punto Chiara. Vince la partita chi arriva per primo a 5 punti. Dopo 6 lanci, Andrea è in vantaggio per 4 a 2. Qual è la probabilità che sia Chiara a vincere la partita?  
 (A)  $1/8$  (B)  $1/3$  (C)  $1/6$  (D)  $1/4$  (E)  $1/5$



10. L'area del triangolo  $ABC$  è pari a  $60 \text{ m}^2$ . Siano  $D, E$  i punti sul lato  $AB$  tali che  $AD = DE = EB$  e siano  $F, G, H$  i punti su  $AC$  tali che  $AF = FG = GH = HC$ . Qual è l'area del triangolo  $AEH$ ?  
**(A)**  $20 \text{ m}^2$     **(B)**  $45 \text{ m}^2$     **(C)**  $30 \text{ m}^2$     **(D)**  $40 \text{ m}^2$     **(E)**  $24 \text{ m}^2$
11. Quanti sono i numeri primi tali che, se si cancella da essi un qualsiasi gruppo di cifre anche non consecutive (senza però cancellarle tutte) e si leggono le cifre rimanenti nell'ordine in cui si trovano, si ottiene ancora un numero primo?  
 (Si ricorda che 1 non è un numero primo.)  
**(A)** 7    **(B)** 3    **(C)** 5    **(D)** 8    **(E)** 10
12. Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $D$  un punto sul lato  $BC$ . Supponiamo che si abbia  $\widehat{BAD} = \widehat{ACD}$  e  $\widehat{CAD} = \widehat{ABD}$ . Quale tra le seguenti affermazioni è certamente vera?  
**(A)**  $ABC$  è un triangolo equilatero  
**(B)**  $ABC$  è un triangolo ottusangolo  
**(C)**  $ABC$  è un triangolo isoscele  
**(D)**  $ABC$  è un triangolo scaleno  
**(E)**  $ABC$  è un triangolo rettangolo

13. Dopo aver disegnato uno schema triangolare come quello qui a fianco, Alberto scrive nei cerchi della riga più in alto i numeri interi da 1 a 7. Poi, dentro ciascuno degli altri cerchi, scrive il prodotto dei numeri contenuti nei due cerchi sopra di esso che sono ad esso collegati con una freccia (dunque ottiene 2, 6, 12, ... e così via). Con quanti zeri terminerà il numero che dovrà scrivere nel cerchio più in basso?  
**(A)** 15    **(B)** 12    **(C)** 16    **(D)** 13    **(E)** 14



14. Caterina inizia a scrivere tutti i numeri interi positivi, uno di seguito all'altro: 1234567891011213... Quale cifra occuperà la  $2017^a$  posizione?  
**(A)** 8    **(B)** 5    **(C)** 1    **(D)** 7    **(E)** 2
15. Il trapezio isoscele  $ABCD$ , di basi  $AB$  e  $CD$ , è inscritto in una circonferenza di raggio 13 m. Si sa che il centro della circonferenza è interno al trapezio  $ABCD$  ed inoltre  $\overline{AB} = 24 \text{ m}$ ,  $\overline{CD} = 10 \text{ m}$ . Qual è l'area di  $ABCD$ ?  
**(A)**  $272 \text{ m}^2$     **(B)**  $289 \text{ m}^2$     **(C)**  $170 \text{ m}^2$     **(D)**  $306 \text{ m}^2$     **(E)**  $340 \text{ m}^2$
16. Una bottiglia da un litro di bibita all'arancia è costituita per l'80% da acqua e per il 20% da succo d'arancia. Gianni vuole sostituire un po' della bibita contenuta in questa bottiglia con del succo d'arancia, in modo da ottenere una nuova bibita che sia costituita per il 50% da succo d'arancia. Quanti ml della bibita iniziale Gianni deve sostituire con del succo d'arancia?  
**(A)** 300    **(B)** 400    **(C)** 375    **(D)** 320    **(E)** 350